

AUTOR:
Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco

CÁLCULO

COM FATOS HISTÓRICOS:

funções reais de uma variável real

COAUTORES:

Me. Marcelo Lacortt

Esp. Raneiry Ferreira do Nascimento

Ma. Karem Keyth de Oliveira Marinho

Esp. Zequias Ribeiro Montalvam Filho

Dr. Pedro Castañeda Porras

Dr. Oscar Antonio González Chong

Ma. Leide Maria Leão Lopes

Ma. Jucilene Vieira Barbosa

Ma. Ana Maria Libório de Oliveira

Esp. Maria Eulina Araújo Cordeiro



AUTOR:
Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco

CÁLCULO

COM FATOS HISTÓRICOS:

funções reais de uma variável real

COAUTORES:

Me. Marcelo Lacortt
Esp. Rainey Ferreira do Nascimento
Ma. Karem Keyth de Oliveira Marinho
Esp. Zequias Ribeiro Montalvam Filho
Dr. Pedro Castañeda Porras
Dr. Oscar Antonio González Chong
Ma. Leide Maria Leão Lopes
Ma. Jucilene Vieira Barbosa
Ma. Ana Maria Libório de Oliveira
Esp. Maria Eulina Araújo Cordeiro



Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco

CÁLCULO COM FATOS HISTÓRICOS:
funções reais de uma variável real

EDITORA CRV
Curitiba - Brasil
2017

Copyright © da Editora CRV Ltda.
Editor-chefe: Railson Moura
Diagramação e Capa: Editora CRV
Revisão: Os Autores

DADOS INTERNACIONAIS DE CATALOGAÇÃO NA PUBLICAÇÃO (CIP)
CATALOGAÇÃO NA FONTE

C426

Chaveco, Antonio Iván Ruiz

Cálculo com fatos históricos: funções reais de uma variável real. / Antonio Iván Ruiz Chaveco et al. (Autor) – Curitiba: CRV, 2017.
294 p.

Bibliografia

ISBN: 978-85-444-1480-4

DOI: 10.24824/978854441480.4

I. Educação - cálculo 2. História - variável I.I. Título II. Série.

CDD 515.4

Índice para catálogo sistemático

1. Educação: 370

ESTA OBRA TAMBÉM ENCONTRA-SE DISPONÍVEL EM FORMATO DIGITAL.
CONHEÇA E BAIXE NOSSO APLICATIVO!



2017

Foi feito o depósito legal conf. Lei 10.994 de 14/12/2004

Proibida a reprodução parcial ou total desta obra sem autorização da Editora CRV

Todos os direitos desta edição reservados pela: Editora CRV

Tel.: (41) 3039-6418 - E-mail: sac@editoracrv.com.br

Conheça os nossos lançamentos: www.editoracrv.com.br

Conselho Editorial:

Aldira Guimarães Duarte Domínguez (UNB)
Andréia da Silva Quintanilha Sousa (UNIR/UFRN)
Antônio Pereira Gaio Júnior (UFRRJ)
Carlos Alberto Vilar Estêvão (UMINHO - PT)
Carlos Federico Domínguez Avila (UNIEURO)
Carmen Tereza Velanga (UNIR)
Celso Conti (UFSCar)
Cesar Gerónimo Tello (Univer. Nacional
Trés de Febrero – Argentina)
Elione Maria Nogueira Diogenes (UFAL)
Élsio José Corá (UFFS)
Elizeu Clementino (UNEB)
Francisco Carlos Duarte (PUC-PR)
Gloria Fariñas León (Universidad de La Havana – Cuba)
Guillermo Arias Beatón (Universidad de La Havana – Cuba)
Jailson Alves dos Santos (UFRJ)
João Adalberto Campoto Junior (UNESP)
Josania Portela (UFPI)
Leonel Severo Rocha (UNISINOS)
Lídia de Oliveira Xavier (UNIEURO)
Lourdes Helena da Silva (UFV)
Maria de Lourdes Pinto de Almeida (UNICAMP)
Maria Lília Imbiriba Sousa Colares (UFOPA)
Maria Cristina dos Santos Bezerra (UFSCar)
Paulo Romualdo Hernandes (UNICAMP)
Rodrigo Pratte-Santos (UFES)
Sérgio Nunes de Jesus (IFRO)
Simone Rodrigues Pinto (UNB)
Solange Helena Ximenes-Rocha (UFOPA)
Sydione Santos (UEPG)
Tadeu Oliver Gonçalves (UFPA)
Tania Suelly Azevedo Brasileiro (UFOPA)

Comitê Científico:

Adelino Candido Pimenta (IFG)
Américo Junior Nunes da Silva (UNEB)
Celso Ferreira da Cruz Victoriano (UMSA)
Claus Haetinge (UNIVATES)
Clélia Maria Ignatius Nogueira (UEM)
Dulce Maria Strieder (Unioeste)
Gionara Tauchen (UFRG)
João Alberto da Silva (UFRG)
Idemar Vizolli (UFT)
Jorge Carvalho Brandao (UFC)
Kelly Roberta Mazzutti Lübeck (UNIOESTE)
Marco Aurélio Kalinke (UTFPR)
Reginaldo Rodrigues Costa (PUC/PR)
Sílvia Teresinha Frizzarini (UDESC)
Vilmar Malacame (Unioeste)
Wellington Lima Cedro (UFG)

Este livro foi avaliado e aprovado por pareceristas *ad hoc*.

SUMÁRIO

PREFÁCIO	11
CAPÍTULO I	
FUNÇÕES REAIS	13
§ 1.1. Funções reais de uma variável real	13
§ 1.2. Funções trigonométricas	17
§ 1.3. Operações com funções	20
§ 1.4. Funções exponenciais	24
§ 1.5. Funções logarítmicas	28
§ 1.6. Cônicas	31
§ 1.7. Regiões limitadas por duas curvas	49
§ 1.8. Coordenadas paramétricas	54
CAPÍTULO II	
LIMITE E CONTINUIDADE DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL REAL A	
VALORES REAIS	57
§ 2.1. Noções topológicas na reta real	57
§ 2.2. Limites de funções	62
§ 2.3. Limites laterais	70
§ 2.4. Limite no infinito e limite infinito	72
§ 2.5. Continuidade de uma função real a variável real	75
CAPÍTULO III	
DERIVADA DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL REAL A VALORES REAIS ..	81
§ 3.1. Derivação	81
§ 3.2. Funções deriváveis num intervalo	94
CAPÍTULO IV	
FUNÇÕES VETORIAIS REAIS DE UMA VARIÁVEL REAL	107
§ 4.1. A função vetorial	107
§ 4.2. Operações com funções vetoriais	108
§ 4.3. Limite de funções vetoriais	109
§ 4.4. Continuidade de funções vetoriais	111
§ 4.5. Derivada de funções vetoriais	112
§ 4.6. Exercícios sobre funções vetoriais	114
CAPÍTULO V	
INTEGRAÇÃO DE FUNÇÕES DE UMA VARIÁVEL	117
§ 5.1. Integral definida	117
§ 5.2. Integral indefinida	127
§ 5.3. Método de substituição	130
§ 5.4. Integração por partes	135

§ 5.5. Integrais elementares que contêm um trinômio quadrado perfeito	137
§ 5.6. Integração de funções racionais	138
§ 5.7. Integração de algumas funções irracionais.....	141
§ 5.8. Integração de funções trigonométricas	142
§ 5.9. Aplicações da integral definida.....	144
§ 5.10. Integrais impróprias.....	146
CAPÍTULO VI	
EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS.....	151
§ 6.1. Definição de equação diferencial	151
§ 6.2. Teorema de existência e unicidade	152
§ 6.3. Equações em variáveis separáveis	157
§ 6.4. Equações lineares de primeira ordem.....	159
§ 6.5. Equação exata	162
§ 6.6. Aplicações das equações diferenciais de primeira ordem	166
§ 6.7. Equações diferenciais lineares de ordem superior	169
§ 6.8. Método dos coeficientes indeterminados	173
§ 6.9. Método de variação das constantes.....	177
§ 6.10. Sistemas de equações diferenciais.....	183
Teorema 6.18 - (Translação com passo unitário):	203
§ 6.13. Transformada Inversa de Laplace.....	204
CAPÍTULO VII	
NOTAS HISTÓRICAS SOBRE O DESENVOLVIMENTO DO CÁLCULO	211
Introdução	211
§ 7.1. Isaac Newton.....	212
§ 7.2. Gottfried Wilhelm Leibniz	216
§ 7.3. Michel Rolle.....	220
§ 7.4. Família Bernoulli.....	221
§ 7.5. Leonhard Euler.....	225
§ 7.6. Alexis Claude Clairaut	226
§ 7.7. Jean Lê Rond D'alembert.....	228
§ 7.8. Joseph-Louis Lagrange.....	229
§ 7.9. Pierre Simon Laplace	230
§ 7.10. Jean-Baptiste Joseph Fourier	232
§ 7.11. Augustin-Louis Cauchy.....	235
§ 7.12. Georg Friedrich Bernhard Reimann	237
§ 7.13. Rudolf Otto Sigismund Lipschitz	241
§ 7.14. Félix Édouard Justin Émile Borel	242
§ 7.15. Henri Léon Lebesgue	243
§ 7.16. Jean-Gaston Darboux	245
RESPOSTAS.....	247
Capítulo I:	247
Capítulo II:	256

Capítulo III:	258
Capítulo IV:.....	266
Capítulo V:	267
Capítulo VI:.....	278
REFERÊNCIAS	289
SOBRE OS AUTORES.....	291

PREFÁCIO

Este livro é o resultado de muitos anos de trabalho nas disciplinas de Cálculo e outras disciplinas que complementaram a formação em matemática, onde não só se trabalhou na parte metodológica das disciplinas, senão, além disso, na vinculação com outras disciplinas, e em especial a História da Matemática onde se aprofundou nos fatos que contribuíram a aparição do Cálculo, os Matemáticos que mais contribuíram, assim como as contribuições posteriores para seu desenvolvimento, nos casos mais relevantes a nosso entender aparecem às bibliografias completas com fotos no texto, dedicando-se a esse importante aspecto todo um capítulo desse livro.

É indiscutível a estreita relação que existe entre o Cálculo e a Geometria Analítica, é impossível pensar em integrar uma função, calcular a área de uma região, calcular um volume se não se tem a possibilidade de representar graficamente a região de integração. Por isso, inicialmente no primeiro capítulo se faz um estudo das funções elementares e sua representação gráfica, assim como as regiões determinadas por duas curvas em um intervalo determinado.

Nesse livro é tratado, o cálculo de limite, análise de continuidade, a diferenciabilidade de funções de uma variável real, as funções vetoriais de um variável real, assim como a integração, equações diferenciais ordinárias e diferentes tipos de aplicações, tanto da Física, da Biologia, como da própria Matemática.

No capítulo de derivação é importante destacar a forma em que é enfocado o esboço gráfico de curva, pois é tratada uma série de funções que podem levar ao estudante a fazer certas generalizações, além de que são colocados exemplos e exercícios onde é imprescindível a determinação das assíntotas oblíquas.

No capítulo de integração deve-se ressaltar o estudo das integrais impróprias, tema esse em geral não tratado nos livros de Cálculo e que consideramos que é de interesse para estudantes e profissionais das áreas de Ciências em geral; pelo menos que esse tema seja tratado do ponto de vista prático.

No capítulo de Equações diferenciais se dá uma atenção especial ao teorema de existência e unicidades das soluções, onde não só o teorema é demonstrado, senão, além disso, se colocam exemplos e exercícios para a verificação das condições. Ademais nesse capítulo se faz ênfase na modelagem matemática para resolver problemas de aplicação de outras áreas do saber.

Um dos propósitos deste livro tem sido a preparação dos estudantes para que seja capaz de fazer demonstrações, assim como resolver determinados problemas de diferentes índoles, por isso a generalidade dos resultados tem sido demonstrado, dando assim diferentes métodos que eles poderiam seguir. Além disso, foram colocados exercícios teóricos com sugestões como uma forma de treinamento para encarar posteriormente a disciplina de Introdução à Análise que tanto trabalho dá para o aluno, pois é uma forma diferente de pensar e agir.

No final de cada tema tratado se coloca uma lista de exercícios e problemas fazendo um total de 543 exercícios, além disso, são indicados exemplos que facilitam todo o desenvolvimento teórico do conteúdo tratado. Aqueles exercícios nos que os autores consideram pertinente foram colocados sugestões que orientam ao leitor o caminho a seguir.

*Prof. Dr. Antonio Iván Ruiz Chaveco
Tabatinga, dezembro de 2016*

CAPÍTULO I

FUNÇÕES REAIS

Partindo do princípio de que o Cálculo nada mais é do que o estudo de funções, e por sua vez ao estudar o Cálculo e a Análise Matemática é imprescindível conhecer o que distingue os diferentes conjuntos numéricos finitos, infinitos e enumeráveis, assim como algumas de suas propriedades e em especial o corpo dos números reais; a importância desse estudo está no fato de que para definir as funções se precisa conhecer o conjunto no qual essa função está definida.

Nesse capítulo tratamos algumas funções para as quais definiremos operações e faremos classificações a partir de suas propriedades.

§ 1.1. Funções reais de uma variável real

Entende-se por função a uma terna $(A, B, a \rightarrow b)$, onde A e B são dois conjuntos e $a \rightarrow b$, uma regra que permite associar a cada elemento a de A um único elemento b de B . O conjunto A é o domínio de f e indica-se por D_f , assim $A = D_f$. O conjunto B é o contradomínio de f . O único b de B associado ao elemento a de A é indicado por $b = f(a)$.

Uma função de uma variável real com valores reais é uma função $f: A \rightarrow B$, onde $A, B \subset \mathbb{R}$. Seja $f: A \rightarrow B$ uma função, o conjunto $G_f = \{(x, y) | x \in A\}$ denomina-se gráfico de f ; assim o gráfico de f é um subconjunto do conjunto dos pares ordenados (x, y) de números reais. Munindo-se o plano de um Sistema Ortogonal de Coordenadas Cartesianas, o gráfico de f pode então ser o lugar geométrico descrito pelos pontos $(x, f(x))$ quando $x \in D_f$.